輻射場のコヒーレンス Ⅲ

コヒーレンスとゆらぎ

早大理工　　田 中 秀次郎

§1 序

干渉現象は，光の波動性を示す現象として，量子論において基礎的な役割を演じている。また，輻射場のコヒーレンス理論[1~4]はGlauberの理論をもって完成し，その応用が残されているだけだと思われている。しかし，輻射場のコヒーレンスなる概念は，明確なものになっていない。先の論文[5,6]で，その原因のひとつが，異なる二つの時空点における電場の複素振幅の相関で，コヒーレンスを定義したことにあることを明らかにした。そして，干渉縞の鮮明度が最大値をとるのは，一次のコヒーレンスの条件を満たす場合ではなく，可干渉の条件式を満たす場合であることを明らかにした。さらに，干渉している二つの輻射場の状態が統計的に独立な場合，可干渉の条件式はコヒーレンスの条件式に書きなおせることを明らかにした。つまり，今までコヒーレンスなる概念を，干渉縞の鮮明度の良し悪しをあらわす場合と，コヒーレント状態をあらわす場合に分けて使っていなかった。その原因は，鮮明度が最大値の1をとる干渉のし方に，二通りあることが明らかになっていなかったことによる。ひとつは，干渉している輻射場の状態間に相関がある場合である。この時，輻射場がどんな統計的状態にあるか問題にはならず，相関の度合によって鮮明度が決まる。ヤングの実験において，同一光源から出た光を二つのスリットを使って干渉させることにより，また，マイケルソンの干渉計では，ハーフ・ミラーを使うことにより，相関を作り出している。もうひとつは，干渉している状態の間に相関のない場合である。この時は，光子がどのような統計分布しているかによって，鮮明度が決まる。とくに鮮明度が1になるのは，光子の消滅演算子の固有状態だけである。この特異な状態をコヒーレント状態と呼んでいる。そして，独立な二つのレーザーからの光が，可干渉であるのは，レーザー光の状態が，コヒーレント状態に近いからである。しかし，可干渉の条件式を満たす状態とゆらぎとの関係は，明らかになっていなかった。また，コヒーレント状態のみが何故，統計的に独立な二つの状態の干渉で，鮮明度を最大にするのかは明確にできていなかった。

この論文では，干渉現象を規定する物理量が，古典論で考えられているような電場の

位相ではなく，電場そのもののゆらぎであることを明らかにする。そして，先に求めた可干渉の条件及びコヒーレンスの条件と同じものが，輻射場の電場のゆらぎの考察から求まることを示す。§2において，単一モードに励起された輻射場の電場のゆらぎが，最小になる条件式が，コヒーレンスの条件式に等しい事を示す。そして，電場のゆらぎが最小の状態として，コヒーレント状態が一意的に決まることを示す。§3で，今までに知られているコヒーレント状態の特徴をまとめ，それと電場のゆらぎを最小にするという特徴とを比較し，干渉現象と電場の関係をしらべる。§4で，統計的に独立な二つの状態間の干渉において，電場のゆらぎが最小になる条件式が，コヒーレンスの条件式に等しくなることを示す。また，輻射場の状態間に相関があるとき，電場のゆらぎが周期的に最大値及び最小値をとる条件式が，可干渉の条件式に等しくなることを示す。この場合，干渉縞の最も明るい所では，電場のゆらぎは最大値をとり，干渉縞の最も暗い所では，電場のゆらぎは最小値になっている。これらのことは，干渉縞の鮮明度を規定している物理量が，電場のゆらぎであることを示している。§5では，電場の位相部分に相関が存在する輻射場の干渉においては，鮮明度が$\frac{\pi}{4}$より大きくならない事を示し，干渉現象が電場の位相の問題でないことを明らかにする。さらに，光子の位相の問題でもないので，光子数と光子の位相の間の不確定性にかかわりなく干渉現象が起こることも示す。

§2　電場のゆらぎ

ここでは，単一の量子状態に励起された光子の電場のゆらぎを最小にする条件を求める。そしてこの条件が，統計的に独立な状態間の干渉において，干渉縞の鮮明度を最大にする条件（つまりコヒーレンスの条件）と等しい事を示す。また，光子の消滅演算子の固有状態として定義されるコヒーレント状態は，電場のゆらぎを最小にする状態として一意的に決まることを示す。

電場をあらわす演算子は

$$E(x)= i\sum_k \sqrt{\frac{\hbar\omega_k}{2}} \{a_k U_k(r) e^{-i\omega_k t} - a_k^+ U_k^*(r) e^{i\omega_k t}\}, \tag{2.1}$$

で与えられる。但し記号は論文［6］と同じものを用いた。単一モードℓに励起された輻射場の電場のゆらぎは

$$<\Delta E(x)^2> = <E(x)^2> - <E(x)>^2$$

$$= \frac{\hbar\omega_\ell}{2} \{ (\langle a_\ell \rangle^2 - \langle a_\ell^2 \rangle)\, U_\ell(r)^2\, e^{-2i\omega_\ell t}$$

$$+ (\langle a_\ell^+ \rangle^2 - \langle a_\ell^{+2} \rangle)\, U_\ell^*(r)^2\, e^{2i\omega_\ell t}$$

$$+ [\,2\,(\langle a_\ell^+ a_\ell \rangle - \langle a_\ell \rangle \langle a_\ell^+ \rangle) + 1\,]\, U_\ell(r)\, U_\ell^*(r) \}, \qquad (2.2)$$

となる。但し，< >は密度行列ρによる集団平均を示し

$$\langle E(x) \rangle = \mathrm{tr}\, \rho E(x), \qquad (2.3)$$

である。(2.2) 式を最小にするのは

$$\langle a_\ell \rangle^2 - \langle a_\ell^2 \rangle = 0, \quad \langle a_\ell^+ \rangle^2 - \langle a_\ell^{+2} \rangle = 0, \qquad (2.4)$$

$$\langle a_\ell^+ a_\ell \rangle - \langle a_\ell \rangle \langle a_\ell^+ \rangle = 0 \qquad (2.5)$$

が成り立つときである。つまり，(2.4) と (2.5) 式が，単一モードに励起された電場のゆらぎを最小にする条件式である。

電場のゆらぎを最小にする条件式のひとつ (2.5) 式は，既に報告した統計的に独立な量子状態間の干渉において，干渉縞の鮮明度を最大にするコヒーレンスの条件式[5)]に等しい。つまり (2.5) 式を，(2.3) 式を使って書きなおすとコヒーレンスの条件式

$$\mathrm{tr}\, \rho\, a_\ell^+ a_\ell - |\, \mathrm{tr}\, \rho\, a_\ell^+ \,|^2 = 0 \quad , \qquad (6)$$

になる。

次に電場のゆらぎを最小にする条件式を満たす状態を求める。コヒーレンスの条件式を満たす状態は，コヒーレント状態$|\,\alpha\rangle$以外に存在しない事は，［５］で証明した。そしてコヒーレント状態が (2.4) 式を満たすことは明らかである。故に，電場のゆらぎを最小にする条件式を満たす状態は、コヒーレント状態であり，また，唯一である。つまり，コヒーレント状態は，電場のゆらぎが最小の状態として一意的に決まる。したがって電場のゆらぎを最小にする条件式は，コヒーレント状態を一意的に決める (2.5) 式だけで十分である。よって，以後 (2.5) 式を電場のゆらぎを最小にする条件式と呼ぶ。またこの事は，コヒーレンスの条件式 (2.6) と電場のゆらぎを最小にする条件が一致することを示している。

§ 3　コヒーレント状態

コヒーレント状態の特徴は，電場のゆらぎが最小の状態である事を§２で明らかにし

た。ここでは，コヒーレント状態と干渉現象の関係を明らかにするために，コヒーレント状態の特徴についてまとめてみる。

光子の消滅演算子の固有状態として定義されるコヒーレント状態の特徴として一番良く知られていることは，輻射場を量子力学的調和振動子で記述したとき，調和振動子の運動量 p とそれに正準共役な座標 q の不確定性を最小にするという事である。つまり，

$$\Delta p \Delta q = \frac{1}{2}\hbar \quad , \tag{3.1}$$

の関係が成り立っている状態である。しかし逆に，最小の不確定性(3.1)から一意的にコヒーレント状態は決まらない。

コヒーレント状態のもうひとつの特徴として，光子数と光子の位相のゆらぎに関することがある。輻射場を量子化したとき，粒子数演算子 $\mathbf{N} = \mathbf{a}^{+}\mathbf{a}$ に正準共役なエルミートな位相演算子は存在しない。[7] しかし，光子の位相に対応するエルミート演算子は，次のように定義されている。[7,8]

$$C = C^{+} = \frac{1}{2}(E_{-} + E_{+}), \quad S = S^{+} = \frac{1}{2i}(E_{-} - E_{+}), \tag{3.2}$$

但し，

$$E_{-} = (N+1)^{-\frac{1}{2}}a, \quad E_{+} = a^{+}(N+1)^{-\frac{1}{2}}, \quad N = a^{+}a, \tag{3.3}$$

である。演算子 $\mathbf{C}$ と $\mathbf{S}$ は粒子数 $<\mathbf{N}>$ が多い極限において，電場の位相部分である $\mathbf{cos}\,\boldsymbol{\phi}$ と $\mathbf{sin}\,\boldsymbol{\phi}$ に対応することが示されている。[8] しかし，それ以外のときは，電場の位相と光子の位相の違いは顕著になる。以後この論文では，(3.2)式で定義される $\mathbf{C}$ と $\mathbf{S}$ を光子の位相演算子と呼ぶ。

単一モードに励起されたコヒーレント状態 $|\,\alpha>$ の光子数の相対的なゆらぎの大きさと光子の位相のゆらぎの大きさは

$$\frac{<\Delta N^{2}>}{<N>^{2}} = \frac{1}{<N>} \quad , \tag{3.4}$$

$$<\Delta C^{2}> = \frac{1}{2} - \frac{1}{4}e^{-<N>} + \frac{1}{2}<N>e^{-<N>}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{<N>^{n}}{n!\sqrt{(n+1)(n+2)}}\cos 2\psi$$

$$-<N>e^{-2<N>}\left|\sum_{n=0}^{\infty}\frac{<N>^n}{n!\sqrt{n+1}}\right|^2\cos^2\psi\ , \tag{3.5}$$

$$<\Delta S^2>=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}e^{-<N>}-\frac{1}{2}<N>e^{-<N>}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{<N>^n}{n!\sqrt{(n+1)(n+2)}}\cos 2\psi$$

$$-<N>e^{-2<N>}\left|\sum_{n=0}^{\infty}\frac{<N>^n}{n!\sqrt{n+1}}\right|^2\sin^2\psi\quad ,$$

である。但し，$\alpha=|\alpha|e^{i\phi}$ である。光子数$\langle N\rangle$ が非常に大きいとき，これらの値は

$$\frac{<\Delta N^2>}{<N>^2}\to 0\quad ,\quad <\Delta C^2>\to 0\quad ,\quad <\Delta S^2>\to 0\quad ,(<N>\to\infty), \tag{3.6}$$

となる。このことから，コヒーレント状態とは巨視的な意味で，光子数とその位相を同時に確定した状態といえる。しかし，コヒーレント状態が光子数と光子の位相の間の不確定性

$$\frac{<\Delta N^2>(<\Delta C^2>+<\Delta S^2>)}{<C>^2+<S>^2}\ \geqq\ \frac{1}{4}\ , \tag{3.7}$$

を最小にする状態でない事は，良く知られている。[8]

しかし，(3.1) 式の不確定性を最小にするという性質や，(3.6)式であらわされる光子数と光子の位相のゆらぎが$\langle N\rangle\to\infty$の時，零になるという性質をもつ状態は，コヒーレント状態だけではない。それ故，統計的に独立な状態間の干渉において，何故コヒーレント状態だけが干渉縞の鮮明度を最大にするのか説明出来なかった。しかし，コヒーレント状態は電場のゆらぎが最小の状態であり，しかも干渉現象におけるコヒーレンスの条件式 (2.6) と電場のゆらぎを最小にする条件式が一致したことは，干渉現象を規定している物理量が，波の位相あるいは電場の位相ではなく，電場そのもののゆらぎであることを示している。次の章でこの問題を述べる。

§4 電場のゆらぎと干渉

この章では電場のゆらぎと干渉縞の鮮明度の関係を明らかにし，干渉縞の鮮明度を規定している物理量が電場のゆらぎであることを明らかにする。

一般に干渉縞は，二つ以上の異なる量子状態の輻射場が干渉している時生じる。ここでは簡単のために，二つの異なる量子状態に励起している輻射場が重なり合っている場合，つまり二つの異なるモードの電場が干渉するときを考える。この時の電場のゆらぎの大きさと干渉縞の鮮明度の関係を，各々のモードの電場の間に相関がある場合とない場合に分けて考察する。

二つのモードを添字 ℓ と $\mathbf{m}$ であらわすと，電場のゆらぎは次のようになる。

$$
\begin{aligned}
&<\Delta E(x)^2> = <(E_\ell + E_m)^2> - <(E_\ell + E_m)>^2 \\
&= -\{C_\ell^2(<a_\ell^2> - <a_\ell>^2) + C_m^2(<a_m^2> - <a_m>^2) + 2C_\ell C_m(<a_\ell a_m> - <a_\ell><a_m>)\} \\
&- \{C_\ell^{*2}(<a_\ell^{+2}> - <a_\ell^+>^2) + C_m^{*2}(<a_m^{+2}> - <a_m^+>^2) + 2C_\ell^* C_m^*(<a_\ell^+ a_m^+> - <a_\ell^+><a_m^+>)\} \\
&+ 2\{|C_\ell|^2(<a_\ell^+ a_\ell> - <a_\ell^+><a_\ell>) + |C_m|^2(<a_m^+ a_m> - <a_m^+><a_m>) \\
&+ C_\ell^* C_m(<a_\ell^+ a_m> - <a_\ell^+><a_m>) + C_\ell C_m^*(<a_\ell a_m^+> - <a_\ell><a_m^+>)\} \\
&+ |C_\ell|^2 + |C_m|^2 \qquad (4.1)
\end{aligned}
$$

但し，次のようにおいた。

$$
E_j = i\sqrt{\frac{\hbar\omega_j}{2}}\left\{a_j U_j(r)e^{-i\omega_j t} - a_j^+ U_j^*(r)e^{i\omega_j t}\right\},
$$

$$
C_j = \sqrt{\frac{\hbar\omega_j}{2}}\, U_j(r)e^{-i\omega_j t},\ C_j^* = \sqrt{\frac{\hbar\omega_j}{2}}\, U_j^*(r)e^{i\omega_j t},\ (j = \ell, m) \qquad (4.2)
$$

まず二つのモード（ ℓ， $\mathbf{m}$ ）の間に相関のない場合を考える。つまり $<\mathbf{a}_\ell \mathbf{a}_m> = <\mathbf{a}_\ell><\mathbf{a}_m>$ が成り立つときである。このとき(4.1)式を最小にするのは，

$$
\begin{aligned}
&<a_\ell^2> - <a_\ell>^2 = 0,\ <a_\ell^{+2}> - <a_\ell^+>^2 = 0,\ <a_\ell^+ a_\ell> - <a_\ell^+><a_\ell> = 0, \\
&<a_m^2> - <a_m>^2 = 0,\ <a_m^{+2}> - <a_m^+ z> = 0,\ <a_m^+ a_m> - <a_m^+><a_m> = 0, \qquad (4.3)
\end{aligned}
$$

が成り立つときである。(4.3) 式は，モード ℓ と $\mathbf{m}$ に対する電場のゆらぎを最小にする条件式 (2.4) と (2.5) 式に一致する。故に，相関のない電場間の干渉において，電場のゆらぎを最小にする条件式とコヒーレンスの条件式は等しい。このことは，統計的に独立な二つの状態間の干渉において，各々のモードの電場のゆらぎが最小のとき，干渉縞の鮮明度が最大

になることを示している。それ以外の場合は，電場のゆらぎの効果で鮮明度は悪くなる。そして，理想的な二つのレーザーからの互いに独立な光による干渉が，この場合に対応している。

次に，二つのモード間に相関がある場合について調べる。ヤングの実験のように同一光源からの光を使うことにより，重ね合わせる二つのモードの間に適当な相関を残せれば，熱光源からの光つまり熱放射状態の光でも，干渉縞の鮮明度が最大値をとる事は良く知られている。この時輻射場は，可干渉の条件式を満たしている[6]。ここでは，相関のある熱放射状態の輻射場の電場のゆらぎと鮮明度の関係をしらべる。

相関のある熱放射状態の密度演算子をP表示で書くと，

$$P(\alpha_\ell,\alpha_m)=\frac{1}{\pi^2\langle n_\ell\rangle\langle n_m\rangle(1-\eta^2)}\exp\left\{-\frac{1}{1-\eta^2}\left[\frac{|\alpha_\ell|^2}{\langle n_\ell\rangle}+\frac{|\alpha_m|^2}{\langle n_m\rangle}-\frac{\eta(\alpha_\ell^*\alpha_m+\alpha_\ell\alpha_m)}{\sqrt{\langle n_\ell\rangle\langle n_m\rangle}}\right]\right\}, \quad (4.4)$$

となる。鮮明度が1になるのは，干渉している光の強度が互いに等しい場合しかありえないので，二つの量子状態の輻射場の強度は等しいものとする。

$$\langle a_\ell^+ a_\ell\rangle=\langle a_m^+ a_m\rangle=\langle N\rangle, \quad (4.5)$$

また，簡単の為に二つの異なるモードの周波数は等しいものとする。つまり，$\omega_\ell=\omega_m$ である。この時，(4.1)式は次のようになる。

$$\langle \Delta E(x)^2\rangle=4|C|^2\{\langle N\rangle+|\langle a_\ell a_m^+\rangle|\cos\varphi\}+|C_\ell|^2+|C_m|^2 . \quad (4.6)$$

但し，φは次のように定義した。

$$C_\ell C_m^*\langle a_\ell a_m^+\rangle=|C|^2|\langle a_\ell a_m^+\rangle|e^{i\varphi} . \quad (4.7)$$

また，(4.6)式の右辺の最後の二項は，零点振動によるゆらぎの項である。(4.6)式より

$$|\langle a_\ell a_m^+\rangle|=\langle N\rangle \quad (4.8)$$

が成り立つとき，$\cos\varphi=1$なら電場のゆらぎは最大値をとり，$\cos\varphi=-1$のとき最小値をとる。また，(4.4)式であらわされる輻射場が(4.8)式を満たすのは，$|\eta|=1$のときである。

次に，(4.8) 式は，鮮明度が最大値１をとるときの可干渉の条件式に等しい事を示す。可干渉の条件式は

$$|\langle a_\ell\, a_m^+\rangle|^2=\langle a_\ell^+ a_\ell\rangle\langle a_m^+ a_m\rangle \quad , \tag{4.9}$$

で与えられている。[6] 鮮明度が最大値１をとる時は(18)式が成り立つので，(4.9) 式は

$$|\langle a_\ell\, a_m^+\rangle|^2=\langle N\rangle^2 \tag{4.10}$$

となる。故に，鮮明度が最大値１をとるときの可干渉の条件式 (4.10) と相関のある場合の熱放射状態間の干渉において，電場のゆらぎが $\cos\varphi$ の値にしたがって最大値及び最小値をとる条件式 (4.8) とが等しい。つまり，可干渉の条件をみたすときだけ，電場のゆらぎは周期的に，最大値と最小値をとるのである。

次に，可干渉の条件を満たしたとき，電場のゆらぎが最小値及び最大値をとるのは，いかなる場合か調べる。二つの異なるモード $\boldsymbol{\ell}$ と $\mathbf{m}$ に励起している輻射場の時空点 x での強度 $\mathbf{I}(x)$ は，(4.7) 式の φ を使って書くと

$$I(x)=|C_\ell|^2\langle a_\ell^+ a_\ell\rangle+|C_m|^2\langle a_m^+ a_m\rangle+2|C|^2|\langle a_\ell\, a_m^+\rangle|\cos\varphi, \tag{4.11}$$

となる。故に，$\cos\varphi=1$ のとき干渉縞は最も明るくなる。このとき電場のゆらぎは

$$\langle \varDelta E(x)^2\rangle=8|C|^2\langle N\rangle+|C_\ell|^2+|C_m|^2 \quad , \tag{4.12}$$

となり，最大値をとる。また，$\cos\varphi=-1$ のとき干渉縞は最も暗くなる。この時電場のゆらぎは

$$\langle \varDelta E(x)^2\rangle=|C_\ell|^2+|C_m|^2 \quad , \tag{4.13}$$

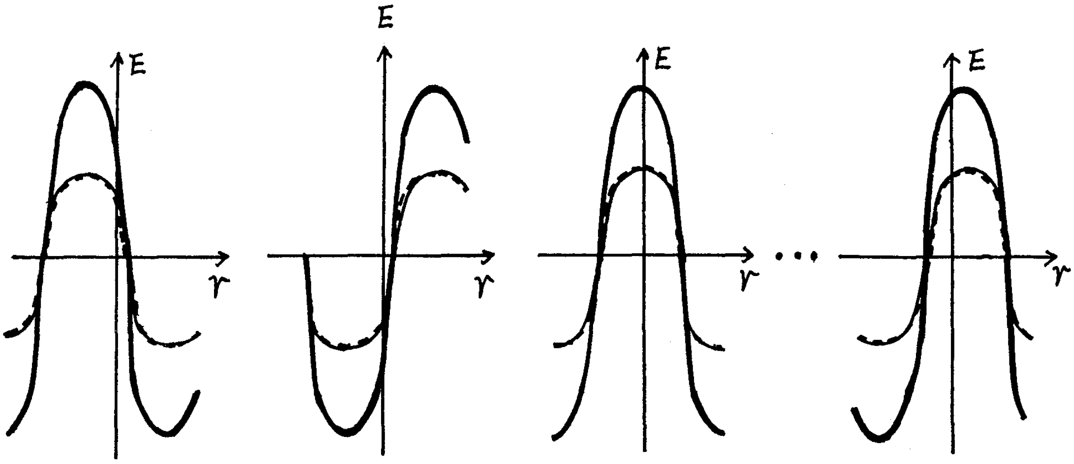
となり，零点振動の値だけという最小値をとる。

コヒーレンスの条件式 (2.5) や可干渉の条件式 (4.9) といった干渉現象を記述する式と，電場のゆらぎに関する (4.3) と (4.8) 式が，各々一致したことは，干渉現象が電場のゆらぎによって規定されている事を示している。干渉縞の鮮明度が最大値をとるのは，可干渉の条件式 (4.9) を満たすときである。特に干渉している輻射場の状態が統計的に独立な場合，可干渉の条件式はコヒーレンスの条件式に書きなおせる。この事を電場のゆらぎとの関係で説明すると次のようになる。

統計的に独立な状態間の干渉において鮮明度が I になるのは，各々の状態の電場のゆ

らぎが最小のときである。この時，電場全体のゆらぎも最小になる。そして，この様な状態としてコヒーレント状態が，一意的に決まる。もし電場のゆらぎが存在すると，ゆらぎが干渉縞を打ち消す働きをし，鮮明度を悪くする。

次に干渉している状態間に相関がある場合は，鮮明度は各々の状態の電場のゆらぎの大きさによらない。状態間に可干渉の条件式(4.9)を満たすような相関があれば，鮮明度は最大値をとる。このとき干渉縞の一番明かるい所では，電場のゆらぎは最大値をとる。この時の集団平均をした各系のようすをあえて図に書くと，図 1になる。この場合，二

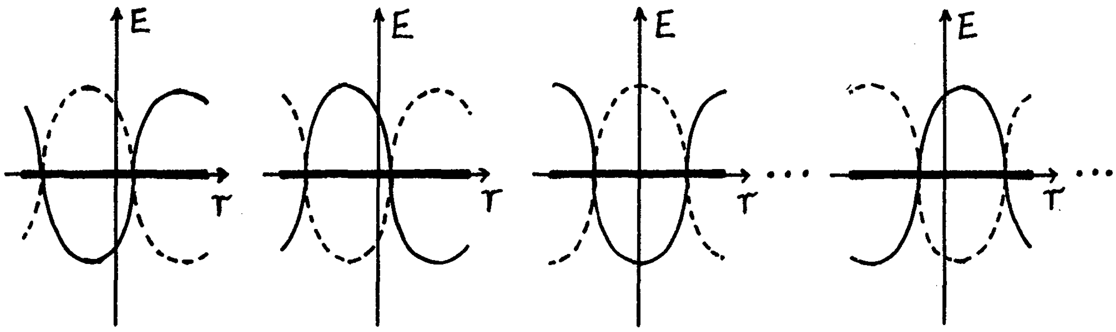


系 1　　　系 2　　　系 3　　　系 n

——— E_ℓ ，　------- E_m ，　——— $E_\ell + E_m$

図　1

つのモードの電場 $\mathbf{E}_\ell$ と $\mathbf{E}_m$ は，互いに最も強め合う形に干渉しているが，電場全体の値は系により異なるので，電場のゆらぎは最大値になる。次に，干渉縞の最も暗い所では，電場のゆらぎは最小値をとる。これを同様に図にすると図 2になる。この場合，$\mathbf{E}_\ell$ と $\mathbf{E}_m$ が打ち消し合うような相関が存在し，電場はどの系でも零となり，最も暗くなる。このとき，電場のゆらぎは当然最小になる。



系　1　　系　2　　系　3　　系　n

—— E_ℓ ,　------ E_m　—— $E_\ell + E_m$

図　2

§5　干渉と位相のゆらぎ

干渉現象は，光の波動性を示す重要な現象である。この事からも古典論において，可干渉性は波の振幅と位相のゆらぎに関する問題として考えてきた。特に波の振幅は一定とし位相のゆらぎの問題として考える事が多かった。そして，光の可干渉性は波の位相差が一定のときであるという明瞭なイメージが存在した。しかし量子論では，可干渉性と光子の位相がどのように結びつくのか，明らかになっていない。

これらの不明確さや混乱の原因は，干渉現象を規定する物理量として電場のゆらぎを用いなかった事にある。重要な物理量は，電場の位相部分のゆらぎでもないし，光子数のゆらぎや光子の位相のゆらぎの問題でもない。干渉縞の鮮明度が最大になるのは，各々のモードの電場のゆらぎが最小のときか，可干渉の条件を満たす相関が電場のゆらぎにあるときである。

まず古典論でいわれているような電場の位相部分のゆらぎの問題でない事を示すため，電場のゆらぎのなかで位相部分のゆらぎが果たす役割を調べてみる。ここではゆらぎの大きい熱放射状態について調べてみる。電場の間に相関がある場合の密度演算子は，(4.4)式で与えられた。$|\eta|=1$のとき，可干渉の条件式(4.9)をみたし鮮明度が最大になる。[9] ここでは電場の位相の間にのみ相関をもつ場合の干渉を考察するので，密度演算子は(4.4)式にかえて次の形で与えられる。

$$P(\alpha_\ell,\alpha_m)=\frac{2}{\pi\langle n_\ell\rangle\langle n_m\rangle}\exp\left(-\frac{|\alpha_\ell|^2}{\langle n_\ell\rangle}-\frac{|\alpha_m|^2}{\langle n_m\rangle}\right)\delta(\theta_\ell-\theta_m). \tag{5.1}$$

但し，$\alpha_j=|\alpha_j|e^{i\theta_j}$ である。この式を使って鮮明度 $\mathbf{v}$ を計算すると

$$v=\frac{I_{max}-I_{min}}{I_{max}-I_{min}}=\frac{\pi}{4}\cong 0.79 \tag{5.2}$$

となる。但し，$\langle \mathbf{n}_\ell\rangle=\langle \mathbf{n}_m\rangle$ とした。また，$\mathbf{I}_{max}$ と $\mathbf{I}_{min}$ は，光の強度の最大値と最小値を示す。電場の位相のみにしか相関がなければ，鮮明度は 1 にはならない。電場の位相の間に相関があっても電場の振幅のゆらぎの間に相関が存在しないため，鮮明度は落ちてしまう。鮮明度が最大値 1 をとるのは，電場の位相部分ではなく，電場そのものに相関が必要なのである。

§ 3 で示したように，電場の位相部分と (3.2) 式で定義される光子の位相は，光子数が非常に大きい時は一致するが，それ以外では異なる。それ故光子の位相と干渉の関係も調べる必要がある。光子数と光子の位相の間には (3.7) 式であらわされる不確定性が存在する。よって両者を同時に確定することはできない。もし干渉現象が光子の位相に関する現象だとすると光子数が小さくなったとき，(3.7) 式の不確定性により光子の位相のゆらぎは大きくなる。それ故，干渉縞の鮮明度は悪くなるはずである。しかし，微弱光の干渉においても干渉縞が通常の光と同じように生じることは知られている。[10,11] 先に明らかにしたように干渉縞の鮮明度を規定する物理量は電場であるから，不確定性 (3.7) にかかわりなく鮮明度は決まる。それ故，微弱光だから干渉縞が消えるという事はない。また，コヒーレント状態は (3.5) 式で示されるように，光子数及び光子の位相のゆらぎが最小の状態ではない。しかし，電場のゆらぎの大きさが最小の状態であるので，統計的に独立な状態間でも干渉縞の鮮明度を最大にするのである。

これらの事から干渉現象を，電場の位相に関する現象あるいは，光子の位相の問題として考えるのは正しくないことがわかる。

次に，これまで干渉現象を電場のゆらぎで記述する試みがなされなかった理由を考察する。ひとつは，干渉実験に使われる光が，普通，強度の強い光であることによる。光子数が非常に大きい極限において，電場の位相と光子の位相を区別する必要がなかった。また，コヒーレント状態のゆらぎは (3.6) 式であらわされ，古典的な正弦波とみなせる。それ故，光子数が非常に大きい時，干渉現象を古典的な波の現象として解釈し，電場の位

相の問題として扱かっても矛盾が出なかった。二つ目の理由は，Glauberの展開したコヒーレンスの量子量にある。そこにおいて，一次のコヒーレンスの条件を求める時，近似式

$$E^{(+)}(r, t) = E^{(+)}(r_1, t_1) + E^{(+)}(r_2, t_2) \tag{5.3}$$

を使用することに原因がある。[12] (5.3) 式を使用することにより，ヤングの実験でスリットにより回折された輻射場が，異なる波数ベクトルをもつ量子状態へ移るという事を無視してしまった。その結果，二つのスリットから来た異なる量子状態の輻射場が干渉しているという事が考慮出来ず，古典論と同様に電場の複素振幅の間の相関の問題として扱かってしまった。可干渉性を量子論的に記述する上で重要な事は，異なる量子状態の輻射場が干渉したとき，干渉縞が生じる可能性が有るという事である。この事が考慮されなかったため，干渉現象が電場のゆらぎの問題であることが解明出来なかった。

§7　まとめ

光の干渉において，干渉縞の鮮明度が最大値をとる条件である可干渉の条件式及びコヒーレンスの条件式が，輻射場の電場のゆらぎの考察から求まることを示した。このことからコヒーレンスの条件式は，干渉している各モードの電場のゆらぎが零点振動のゆらぎだけという最小値をとる条件式になっており，可干渉の条件式は，干渉縞の最も明るいところでは電場のゆらぎが最大値をとり，最も暗い所では零点振動によるゆらぎだけという最小値をとるような相関が，各モードの電場の間に存在するための条件式になっていることを示している。このことは，干渉現象が電場のゆらぎの問題であることを示すとともに，可干渉の条件とコヒーレンスの条件こそが，干渉現象を記述する式であることを示している。さらに，熱放射状態の電場の位相の間に相関が存在しただけでは可干渉の条件式を満たさず，鮮明度は $\frac{\pi}{4}$ までにしかならない事を示した。この事は，干渉縞が生じるのは位相差が一定の時であるという古典的な像が，正しくない事を示している。また，干渉現象を規定している物理量が電場であるという事は，干渉現象が光子数と位相の間の不確定性に無関係であることを示している。

さらに，光子の消滅演算子の固有状態として定義されているコヒーレント状態は，電場のゆらぎが最小の状態として一意的に決まることを明らかにした。コヒーレント状態のこの特徴こそが，統計的に独立な状態間の干渉において，鮮明度が1になる唯一の状態であることを保証しているし，干渉現象の理論における有用性の理由になっている。

謝 辞

指導いただいた加藤鞆一教授に感謝いたします。

参 考 文 献

1) R. J. Glauber, Phys. Rev. **130** 2529 (1963)

2) R. J. Glauber, Phys. Rev. **131** 2766 (1963)

3) U. M. Titulaer and R. J. Glauber, Phys. Rev. **140** B676 (1965)

4) U. M. Titulaer and R. J. Glauber, Phys. Rev. **145** 1041 (1966)

5) 田中秀次郎，小林敏夫，物性研究 **21** 273 (1974)

6) 田中秀次郎，物性研究 **25** 265 (1976)

7) L. Susskind and J. Glogower, Physics, **1**, 49 (1964)

8) P. Carruthers and M. M. Nieto, Rev. Mod. Phys. **40** 411 (1968)

9) 参考文献(6)において相関のある輻射場が可干渉の条件を満たすのは $\eta=1$ の時と書いたが，$|\eta|=1$ の誤りであった。また，鮮明度と η の関係も $\mathbf{v}=\eta$ ではなく $\mathbf{v}=|\eta|$ が正しい。

10) G. T. Reynolds, K. Spartalian and D. B. Scarl: Nuovo Cimento **61B** 355 (1969)

11) R. L. Pfleegor and L. Mandel: Journ. Opt. Soc. Am., **58**, 946 (1968)

12) R. J. Glauber: *Quantum Optics and Electronics,* (Gordon and Breach, New York, 1965) p.65